

KESİT GÖRÜNTÜSÜ OLUŞTURMA (RECONSTRUCTION) YÖNTEMLERİ

Türkay TOKLU



YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ

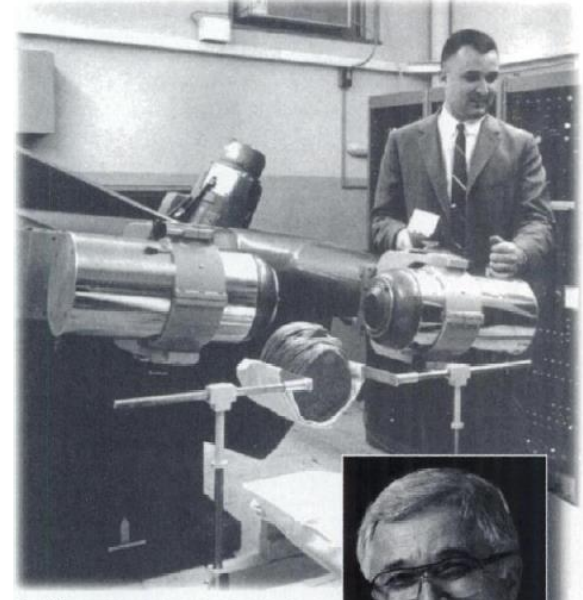
İçerik

- Kesit görüntüsü oluşturma yöntemlerinin gelişimi
- Nükleer Tıpta projeksiyonlar
- Fourier Kesit Teoremi
- Kesit görüntüsü eldesinin analitik yöntemleri
- Kesit görüntüsü eldesinin iteratif yöntemleri

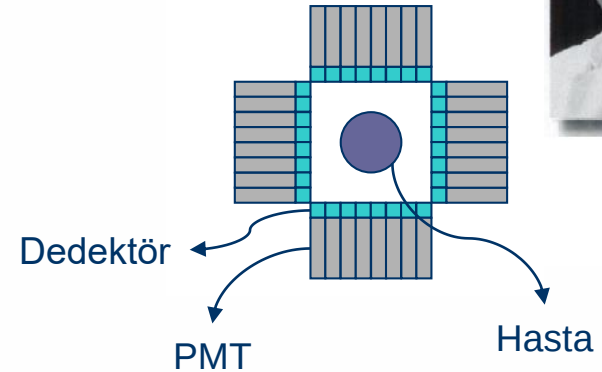


Giriş

- Nükleer Tıpta tomografik görüntüleme için yapılmış olan ilk sistem Kuhl ve Edwards'ın geliştirdikleri MARK IV sistemidir.
- Kesit görüntüleri Basit Geriye Projeksiyon yöntemiyle elde edilmeye çalışılmıştır.
- Tatmin edici görüntüler elde edilememiştir.



Top: David E. Kuhl, MD stands near his Mark II SPECT scanner in 1963. Bottom: David E. Kuhl, MD.



Giriş



The Nobel Prize in Physiology or
Medicine 1979

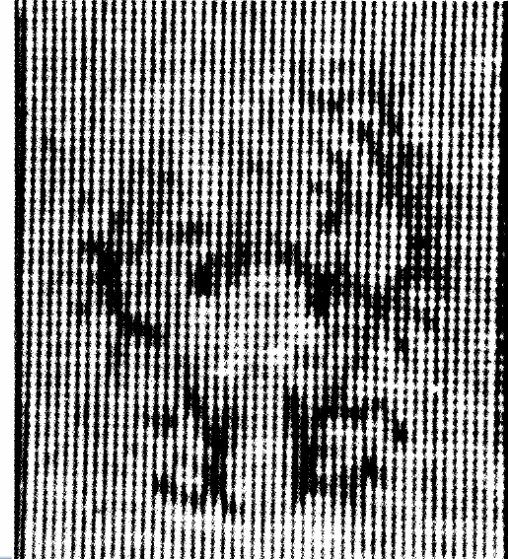
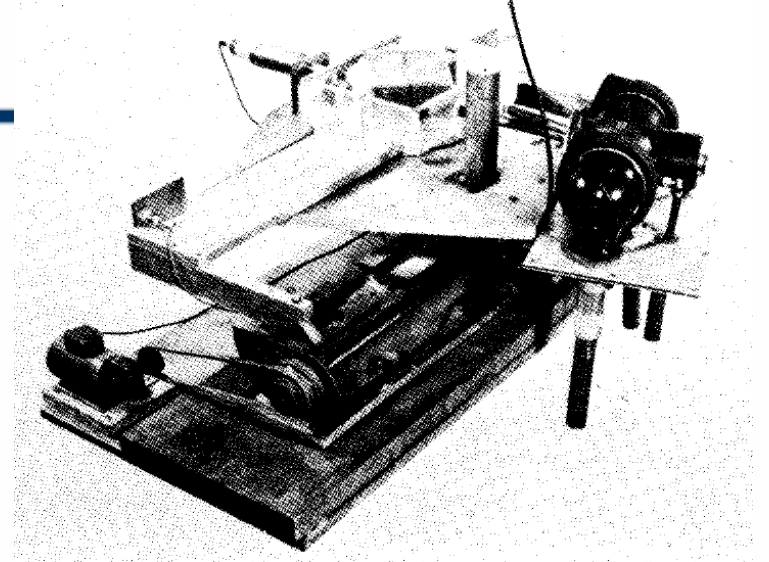
"for the development of computer assisted tomography"



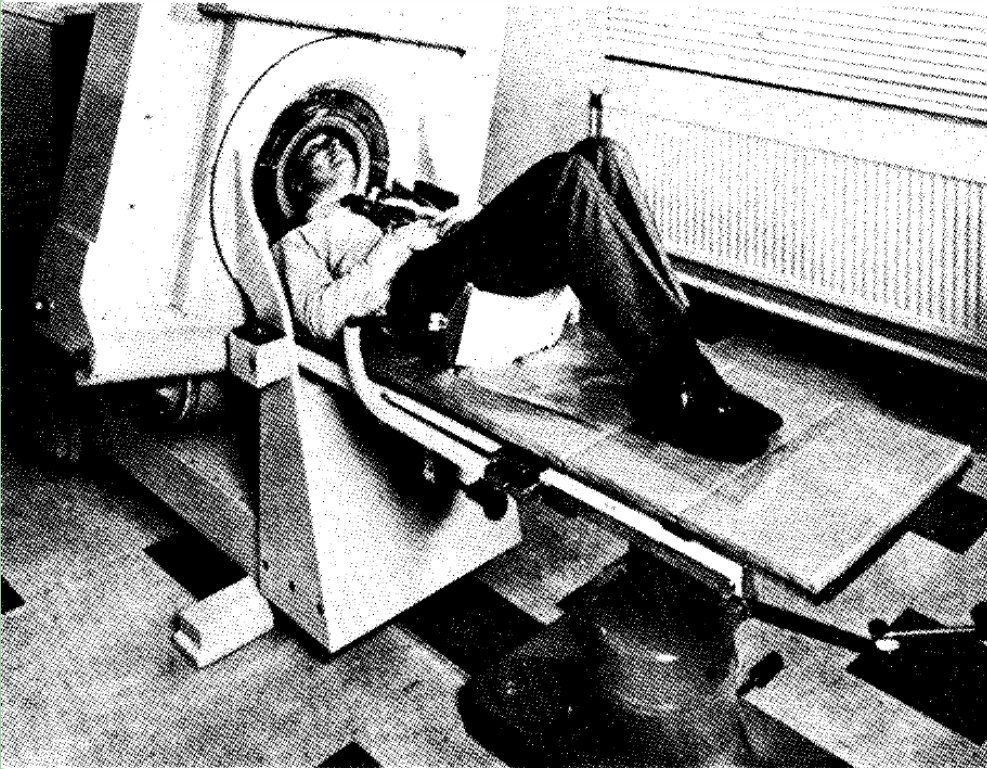
Allan M. Cormack



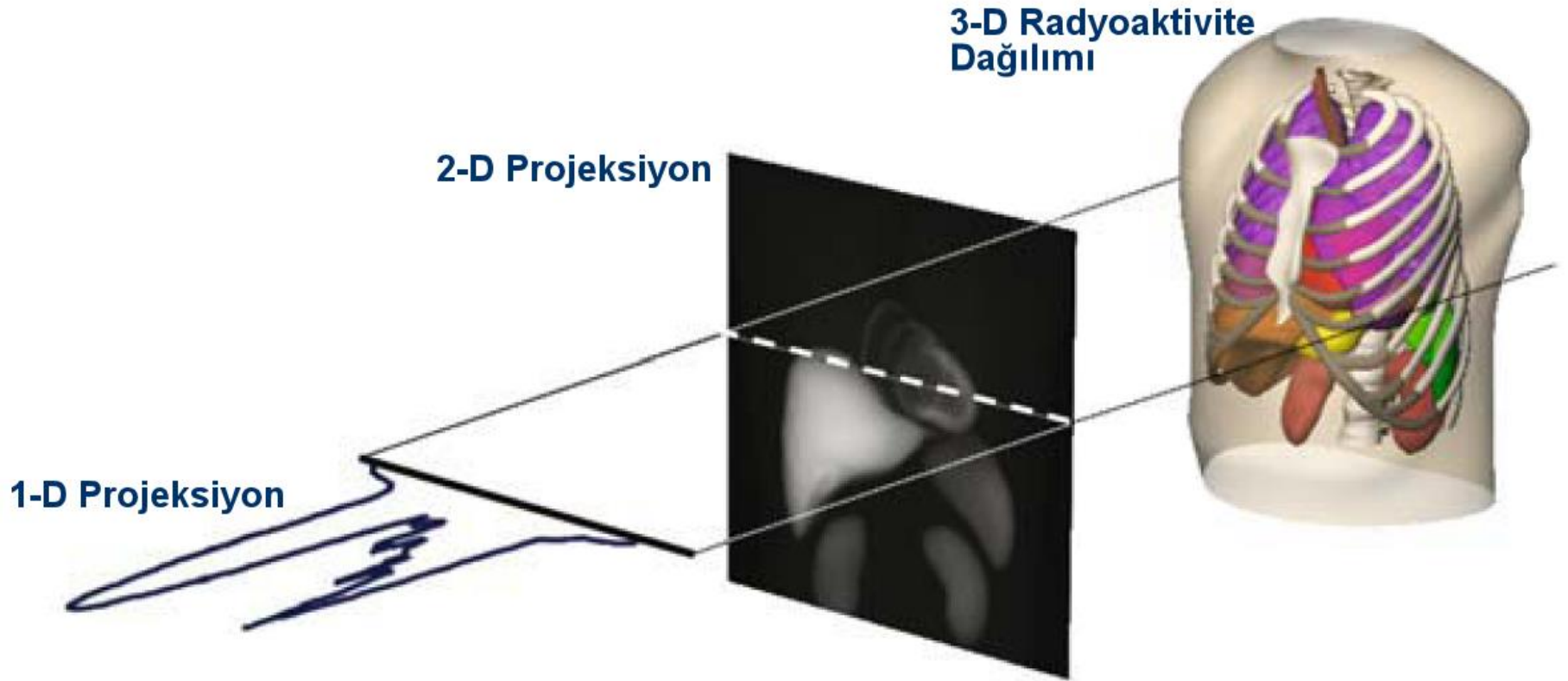
Godfrey N.
Hounsfield



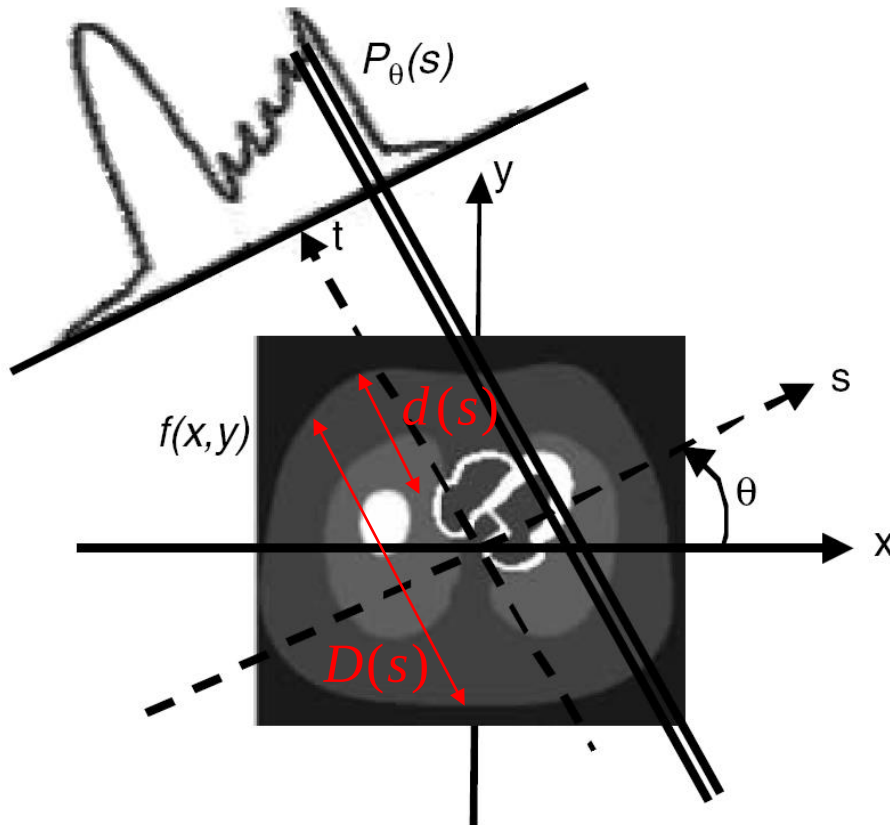
Giriş



Projeksiyonlar



1-D Projeksiyon



$$p_{\theta}(s) = \int_{D(s)} f(s, t) e^{-\int_{d(s)} \mu(s, t') dt'} dt$$

Foton azalımı dikkate alınmazsa:

$$p_{\theta}(s) = \int_{D(s)} f(s, t) dt$$

Geometriden anlaşılabildiği gibi:

$$s = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$t = -x \sin \theta + y \cos \theta$$



Radon Transformu

$$\begin{aligned}\Rightarrow p_{\theta}(s) &= \int_{D(s)} f(s,t) dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - s) dx dy\end{aligned}$$

- Bu ifade $f(x,y)$ fonksiyonunun 2-Boyutlu Radon Transformu olarak adlandırılır.
- Eğer 1-Boyutlu projeksiyonların 2-Boyutlu Ters Radon Transformu alınırsa objenin 2-Boyutlu kesit görüntüsü elde edilir.



ANALİTİK TEKNİKLER



**YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ**

Fourier Kesit Teoremi

Projeksiyonun 1-Boyutlu Fourier Transformu alınırsa:

$$F_{1D} \{ p_{\theta}(s) \} = P_{\theta}(v_s)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} p_{\theta}(s) e^{-iv_s s} ds$$

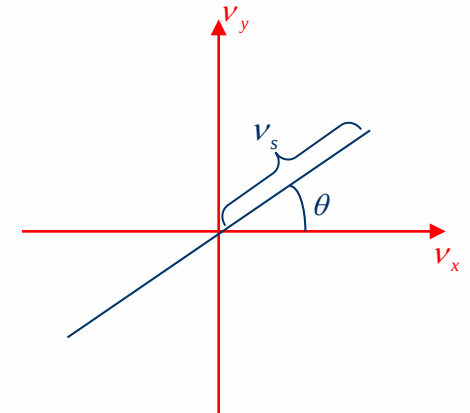
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(s, t) dt \right] e^{-iv_s s} ds$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-iv_s (x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-ix v_s \cos \theta} e^{-iy v_s \sin \theta} dx dy$$

$$= F(v_s \cos \theta, v_s \sin \theta)$$

$$= F(v_x, v_y)$$

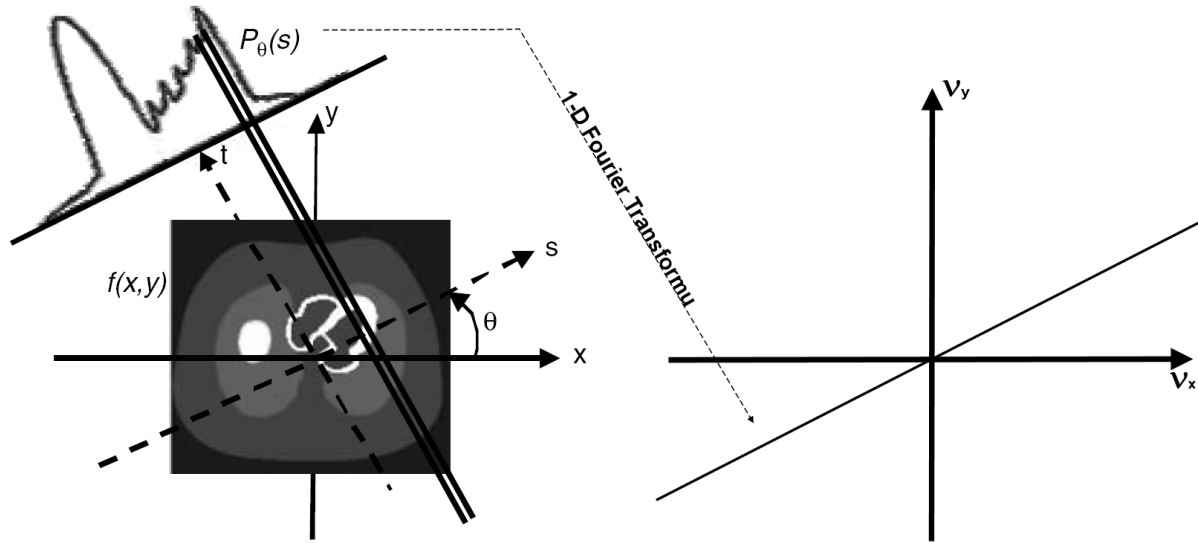


$$v_x = v_s \cos \theta \text{ ve } v_y = v_s \sin \theta$$

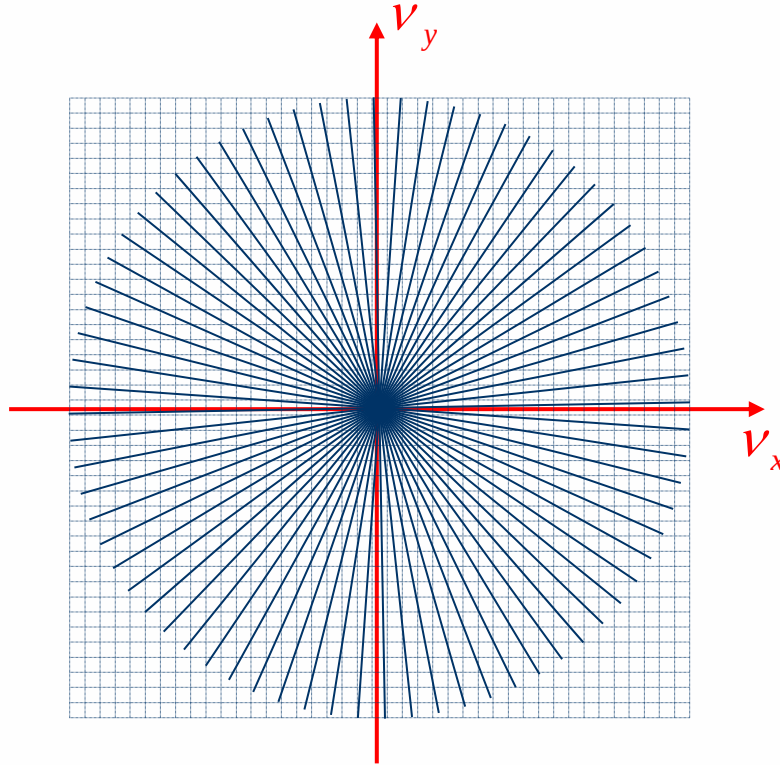


Fourier Kesit Teoremi

- Bu sonuca göre bir θ açısındaki projeksiyonun 1-Boyutlu Fourier Transformu, Fourier uzayında aynı açıda bir doğruyla temsil edilmektedir.



Fourier Kesit Teoremi



- Fourier uzayında elde edilen görüntünün bir kare matrise interpolasyonu zaman almaktadır.
- Yüksek frekanslara gidildikçe bilgi azalmaktadır.

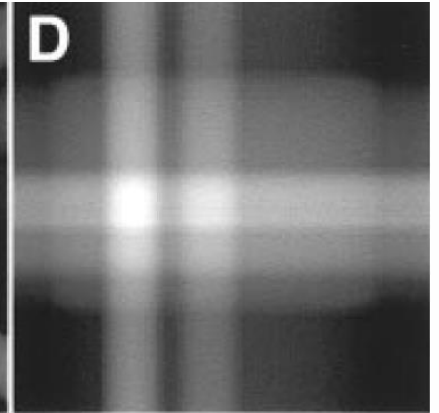
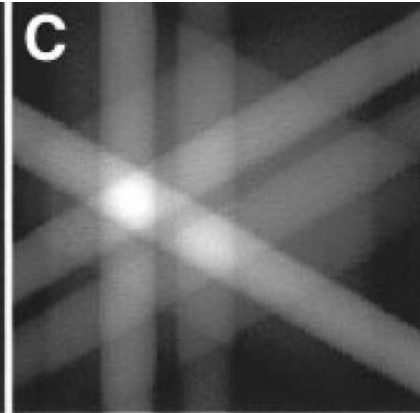
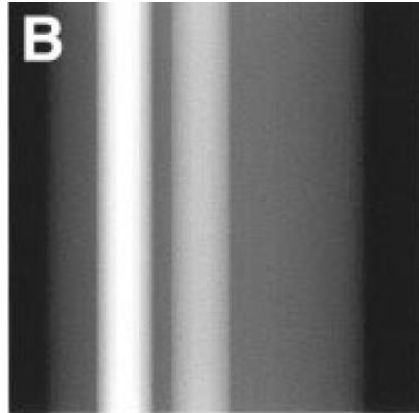
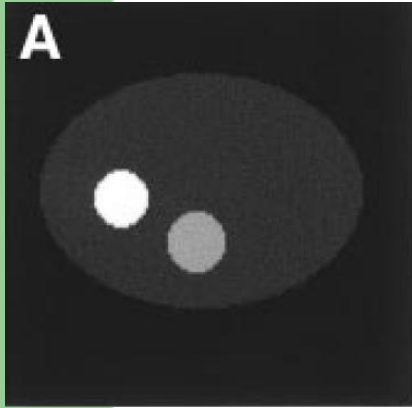


Basit Geriye Projeksiyon

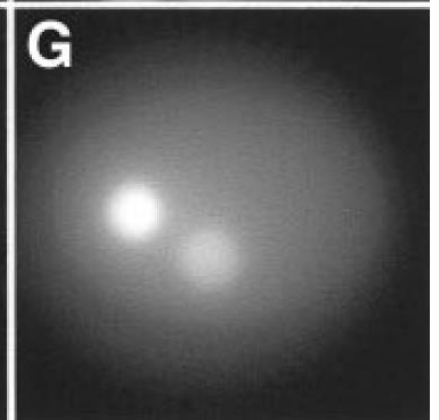
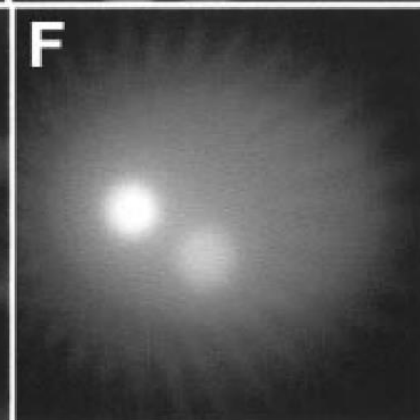
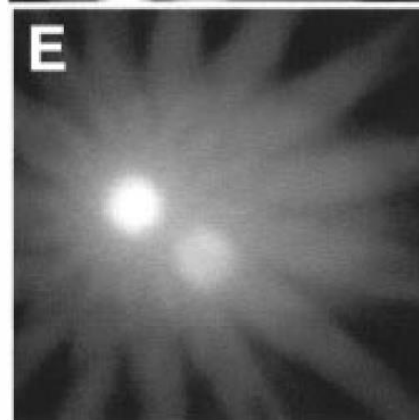
- Basit Geriye Projeksiyon yönteminde elde edilen her projeksiyon, bilgisayarda oluşturulan kesit görüntüsü matrisindeki piksellere aynı açıda geri yansıtılır.
- Projeksiyonlarda derinlik bilgisi bulunmadığı için bu yansıtma işlemi projeksiyondaki bir noktaya karşı gelen tüm piksellere uygulanır.



Basit Geriye Projeksiyon



B : 1
C : 3
D : 4
E : 16
F : 32
G : 64



Basit Geriye Projeksiyon

Polar koordinatlarda geriye projeksiyon işlemi:

$$\hat{f}_B(r, \phi) = Bpj \{ p_\theta(s) \}$$

$$= \int_0^\pi p_\theta (r \cos(\phi - \theta)) d\theta$$

$$= \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty P_\theta(v_r) e^{iv_r s} dv_r d\theta$$

$$s = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$= \int_0^\pi \int_{-\infty}^\infty P_\theta(v_r) e^{iv_r (x \cos \theta + y \sin \theta)} dv_r d\theta \quad (*)$$



Basit Geriye Projeksiyon

$P_{\theta}(v_r)$ 'nin 2-Boyutlu Ters Fourier Transformu aşağıdaki gibi verilir:

$$F_{2D}^{-1} \{P_{\theta}(v_r)\} = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |v_r| P_{\theta}(v_r) e^{iv_r(x\cos\theta + y\sin\theta)} dv_r d\theta$$

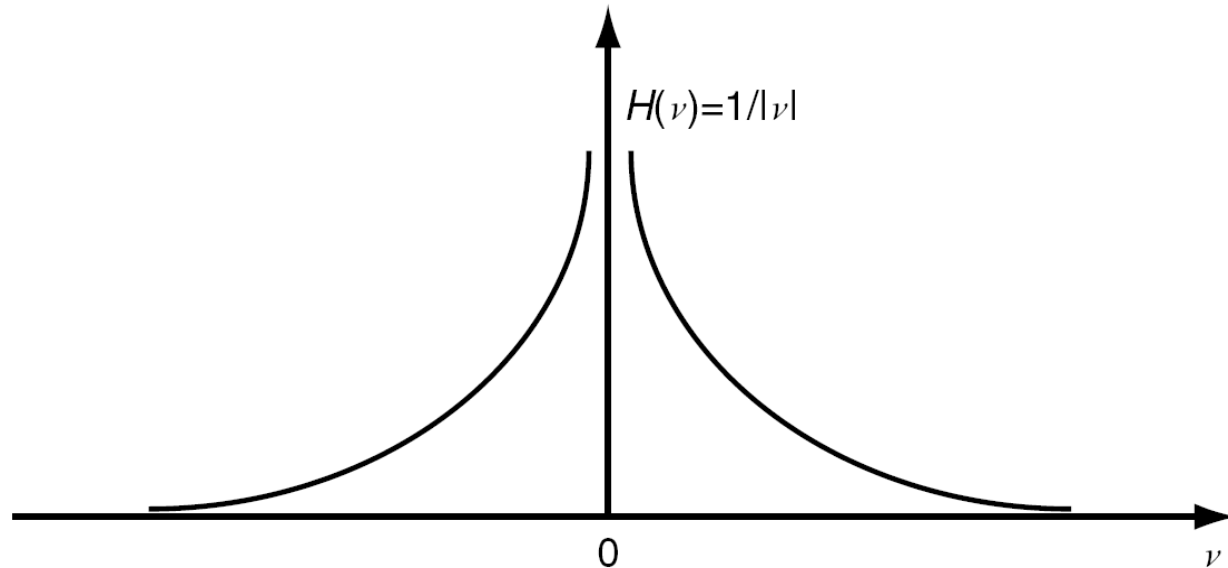
(*) ifadesi tekrar yazılırsa:

$$\begin{aligned} \hat{f}_B(x, y) &= \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|v_r|}{|v_r|} P_{\theta}(v_r) e^{iv_r(x\cos\theta + y\sin\theta)} dv_r d\theta \\ &= Bpj \left\{ F_{2D}^{-1} \left\{ \frac{P_{\theta}(v_r)}{|v_r|} \right\} \right\} \end{aligned}$$



Basit Geriye Projeksiyon

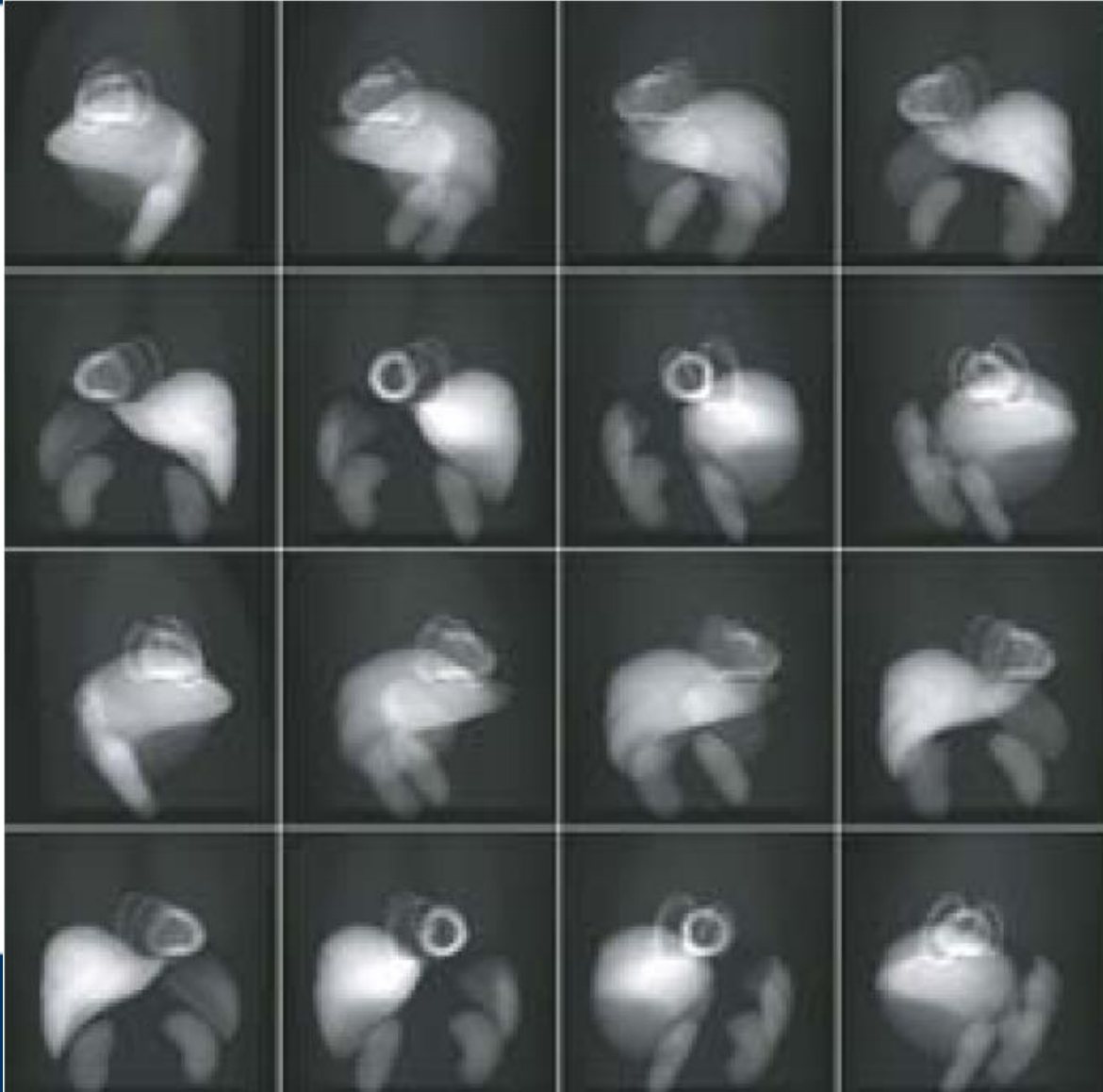
$$\hat{f}_B(x, y) = Bpj \{ p_\theta(s) \} = Bpj \left\{ F_{2D}^{-1} \left[\frac{P_\theta(v_r)}{|v_r|} \right] \right\} = F_{2D}^{-1} \left[\frac{F(v_x, v_y)}{|v_r|} \right]$$



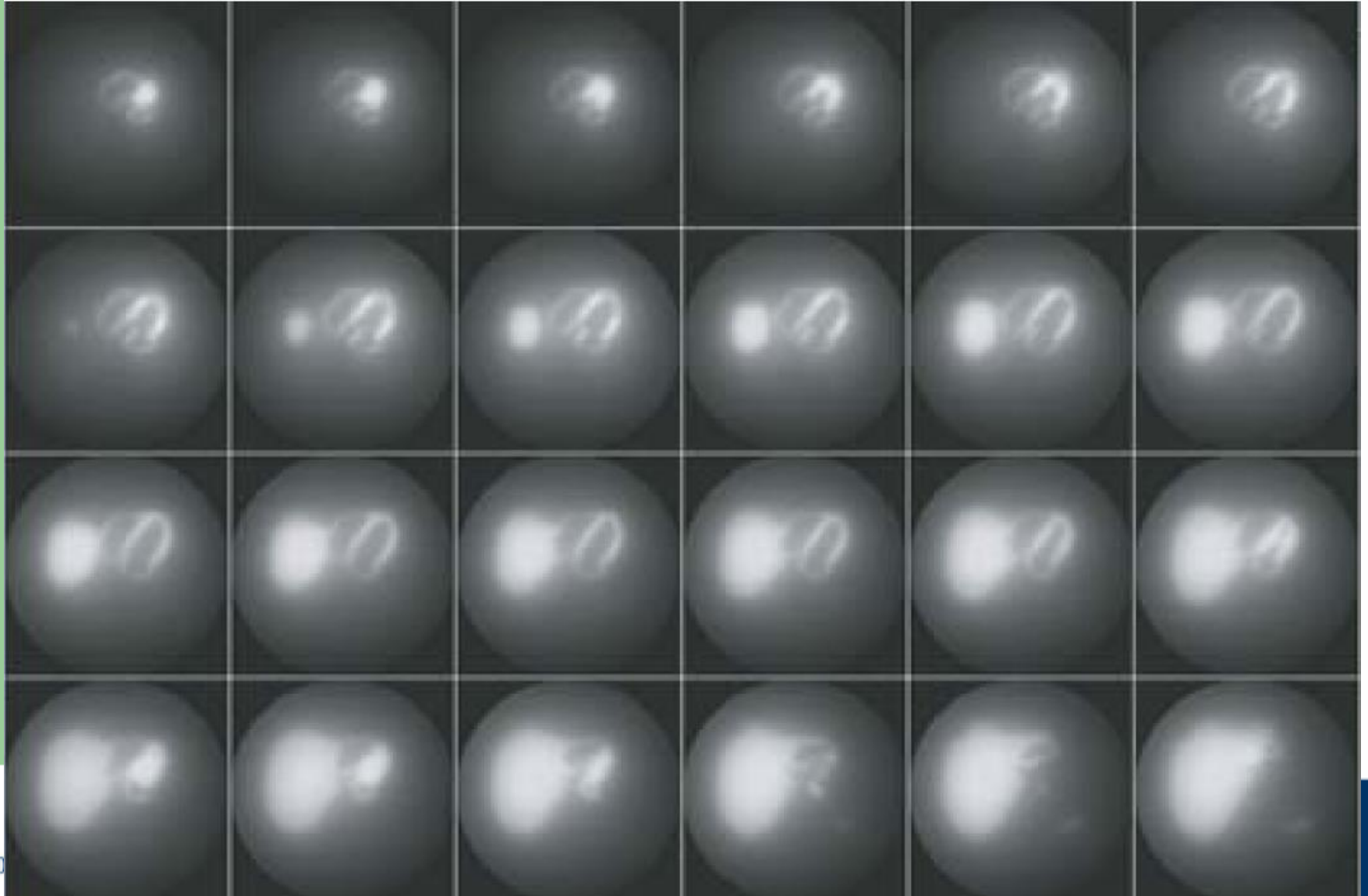
Basit Geriye Projeksiyon



Basit Geriye Projeksiyon



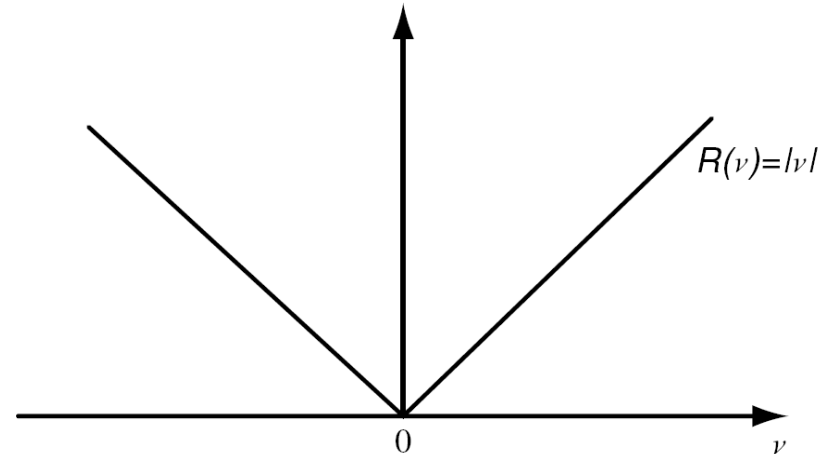
Basit Geriye Projeksiyon



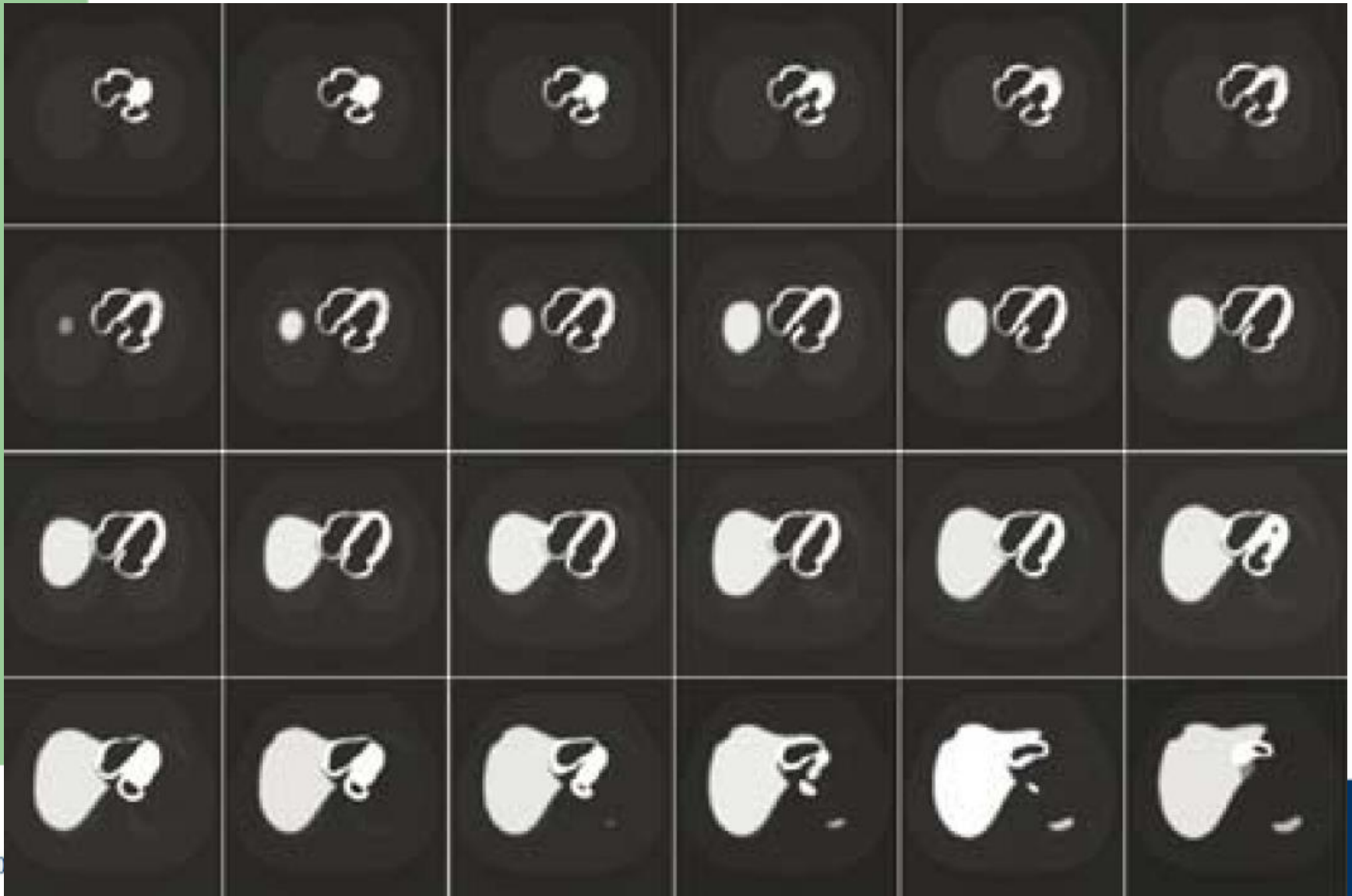
Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi

- Bu yöntemde geriye projekte edilmiş görüntü Fourier uzayında Yokuş Fonksiyonu (Ramp filtre) ile çarpılır ve daha sonra ters Fourier Transformu alınır.

$$\begin{aligned}\hat{f}_{FB}(x, y) &= F_{2D}^{-1} \left\{ |v_r| \cdot F_{2D} \left[\hat{f}_B(x, y) \right] \right\} \\ &= F_{2D}^{-1} \left[|v_r| \cdot \frac{F(v_x, v_y)}{|v_r|} \right] \\ &= F_{2D}^{-1} \left[F(v_x, v_y) \right]\end{aligned}$$



Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi



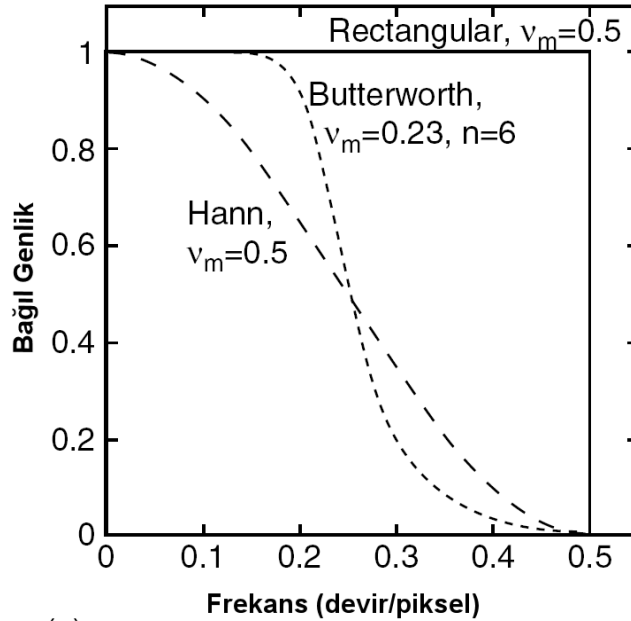
Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi

- Yokuş fonksiyonu yüksek frekanslı gürültünün genliğini arttırır.
- Bu nedenle Alçak-Geçirgen filtreler (Pencere Fonksiyonu) kullanılır.
- Bu filtreler yüksek frekanslı bilginin genliğini düşürür.

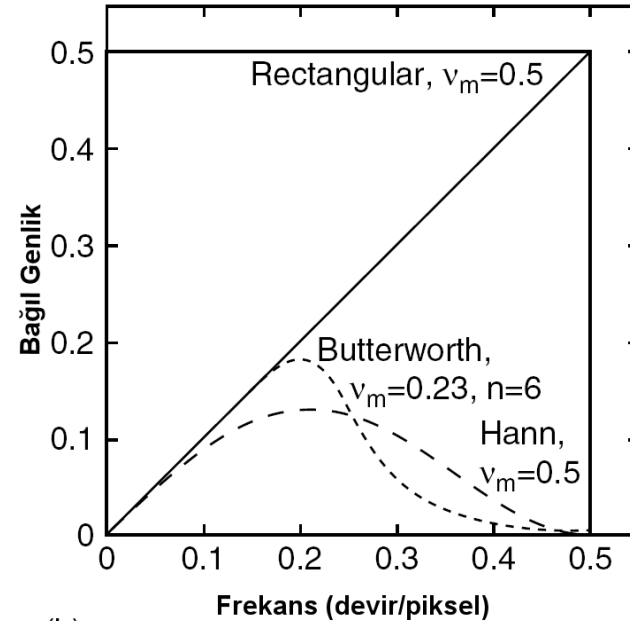
$$\begin{aligned}\hat{f}_{FB}^F(x, y) &= F_{2D}^{-1} \left[W(v_x, v_y) \cdot F(v_x, v_y) \right] \\ &= F_{2D}^{-1} \left\{ W(v_x, v_y) \cdot |v| \cdot F_{2D}^{-1} \left[\hat{f}_B(x, y) \right] \right\}\end{aligned}$$



Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi



(a)



(b)

$$W_{Hann}(v) = \begin{cases} 0,5 + 0,5 \cos\left(\frac{\pi v}{v_m}\right) & \text{eğer } |v| \leq v_m \\ 0 & \text{eğer } |v| > v_m \end{cases}$$

$$W_{Butterworth}(v) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{v_m}\right)^{2n}}}$$



Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu

- Bu yöntem Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi yöntemine özdeştir.
- İşlem sıralarında değişiklikler yapılarak prosedür hızlandırılır.
- 1-Boyutlu FT'u alınan projeksiyonlar Yokuş fonksiyonu ile çarpılır ve çarpımın ters FT'u alınır.



Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu

$$\begin{aligned}\hat{f}_{BF}(x, y) &= Bpj \left\{ p_{\theta}^*(s) \right\} \\ &= Bpj \left\{ F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \cdot F_{1D} [p_{\theta}(s)] \right] \right\} \\ &= Bpj \left\{ F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \cdot P_{\theta}(v_s) \right] \right\} \\ &= F_{1D}^{-2} \left[\frac{|v_s| \cdot P_{\theta}(v_s)}{v_s} \right] \\ &= F_{1D}^{-1} \left[F(v_x, v_y) \right]\end{aligned}$$

$$p_{\theta}^*(s) = F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \cdot F_{1D} [p_{\theta}(s)] \right]$$

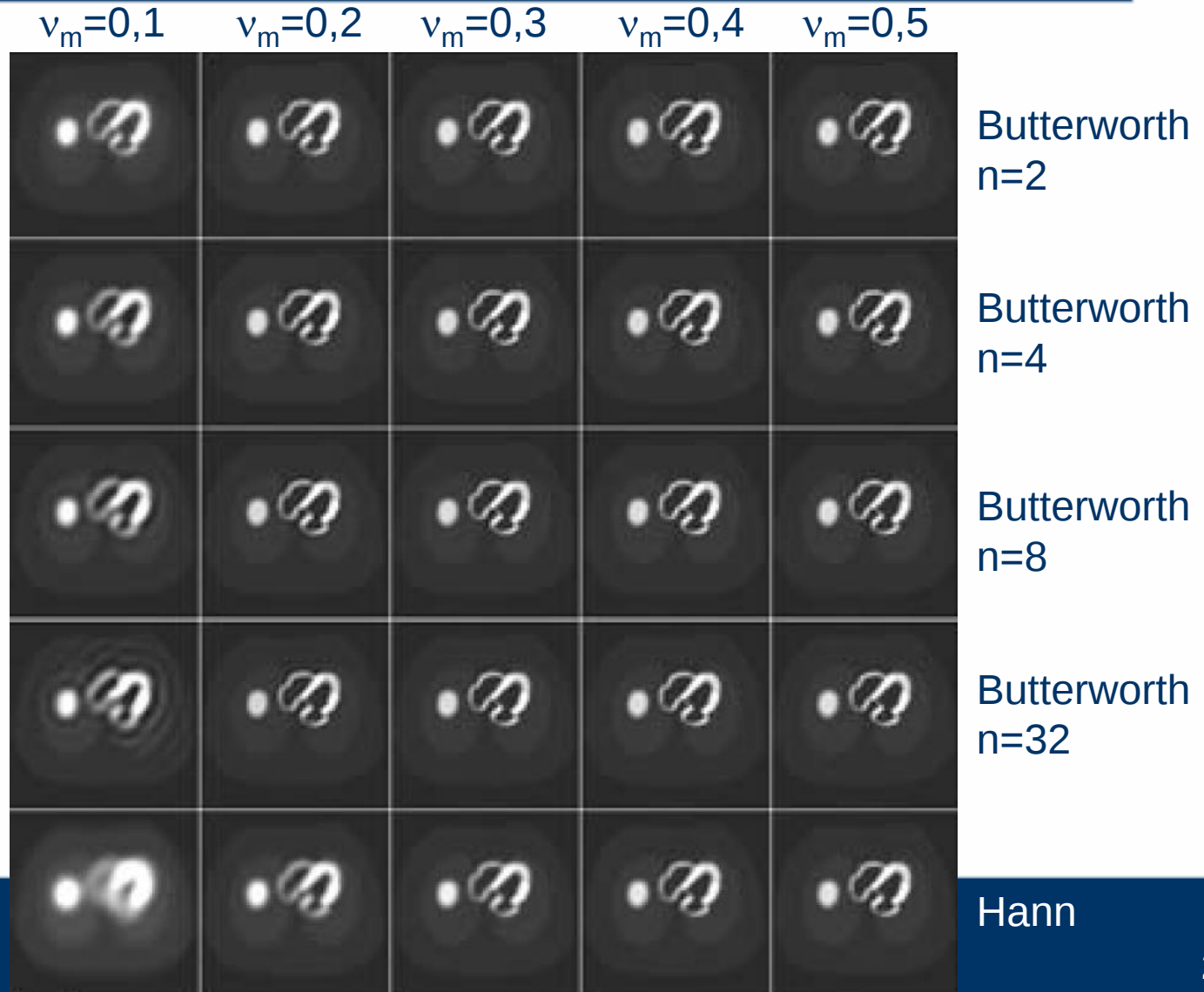


Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu

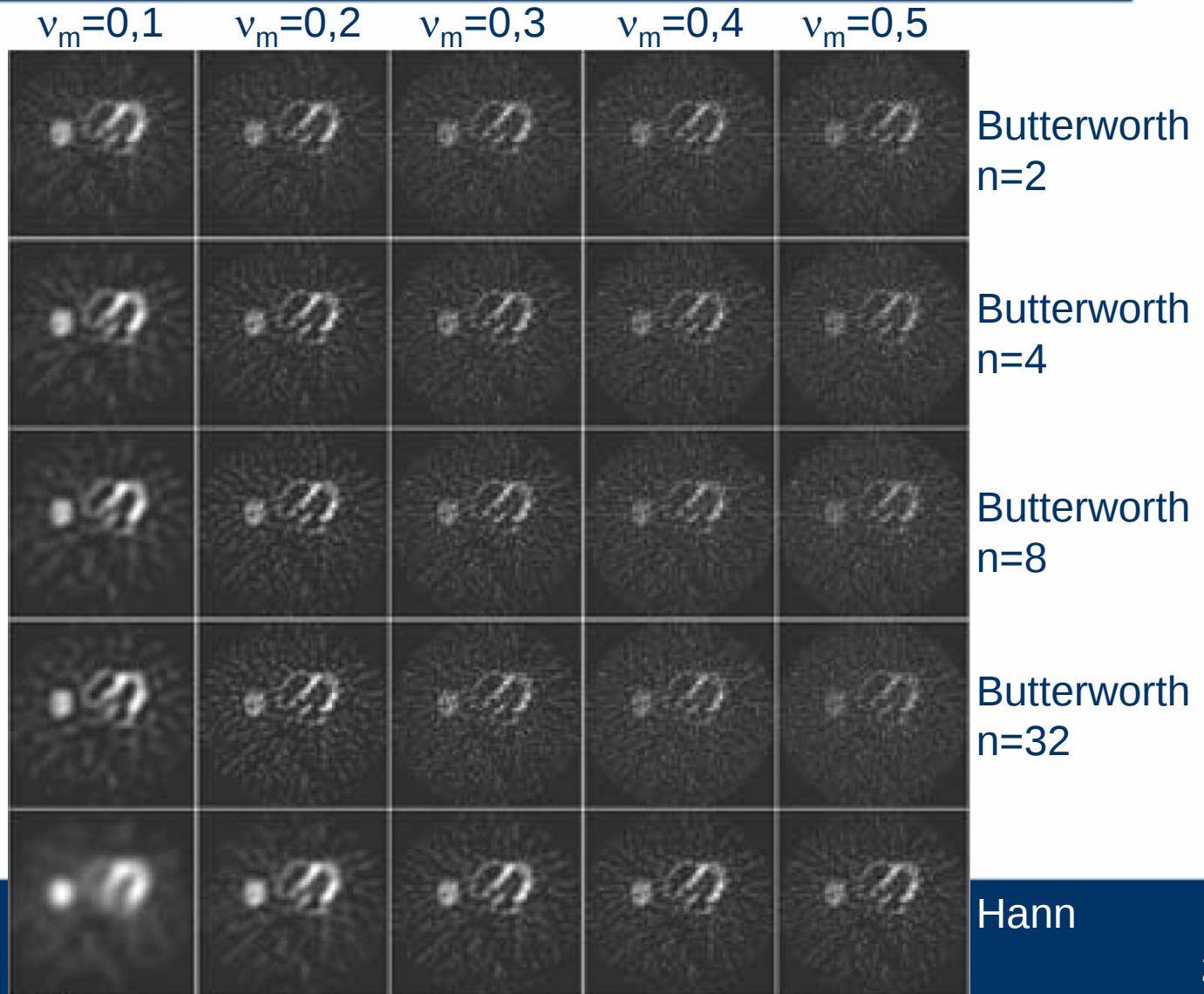
- Yokuş fonksiyonu (ve pencere fonksiyonu) ile çarpma işlemi ve FT işlemleri 1-Boyutta yapıldığı için yöntem daha kısa bilgisayar zamanı alır.
- İşlemler öncelikle projeksiyonlar üzerinde yapıldığı için tamamlanan her projeksiyonda çarpma ve FT işlemleri projeksiyon tamamlanır tamamlanmaz gerçekleştirilebilir.
- Yöntem genelde kısaca Filtrelendirilmiş Geriye Projeksiyon (FBP) olarak anılır.



Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu



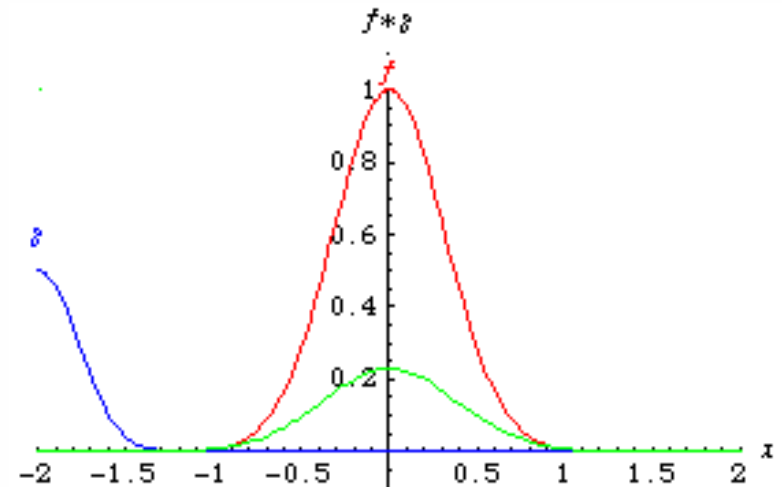
Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu



Konvolüsyon Geriye Projeksiyon

- FBP yöntemi Fourier uzayında iki fonksiyonun çarpımını içerir.
- Bu işlem kartezyen uzayda Konvolüsyon işlemi ile özdeştir:

$$f(t) \otimes g(t) = \int_a^b f(\tau) \cdot g(t - \tau) d\tau$$

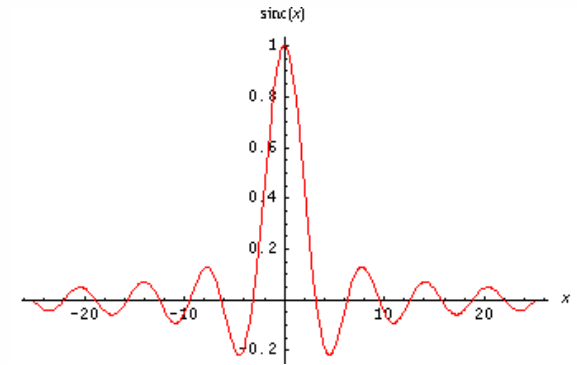


Konvolüsyon Geriye Projeksiyon

$$\begin{aligned} p_{\theta}^*(s) &= F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \cdot F_{1D} [p_{\theta}(s)] \right] \\ &= F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \right] \otimes p_{\theta}(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{1D}^{-1} \left[|v_s| \right] &= \int_{-\infty}^{\infty} |v_s| e^{2\pi i v_s s} dv_s \\ &= \int_{-v_m}^{v_m} |v_s| e^{2\pi i v_s s} dv_s \\ &= \frac{v_m}{\pi s} \text{Sin}(2\pi v_m s) - \frac{\text{Sin}^2(\pi v_m s)}{\pi^2 s^2} \\ &= 2v_m^2 \text{Sinc}(2\pi v_m s) - v_m^2 \text{Sinc}^2(\pi v_m s) \end{aligned}$$

$$\text{Sinc}(x) = \frac{\text{Sin}(x)}{x}$$



Özet

Adım	Geriye Projeksiyonun Filtrelendirilmesi	Filtrelendirilmiş Projeksiyonların Geriye Projeksiyonu	Konvolüsyon Geriye Projeksiyon
1	Projeksiyonların basit geriye projeksiyonu	Projeksiyonların 1-D FT	Projeksiyonların yokuş ve pencere fonksiyonları ile konvolüsyonu
2	Geriye projekte edilmiş görüntünün 2-D FT	1-D yokuş ve pencere fonksiyonu uygulaması	Basit geriye projeksiyon
3	2-D yokuş ve pencere fonksiyonu uygulaması	1-D Ters FT	
4	2-D Ters FT	Basit geriye projeksiyon	

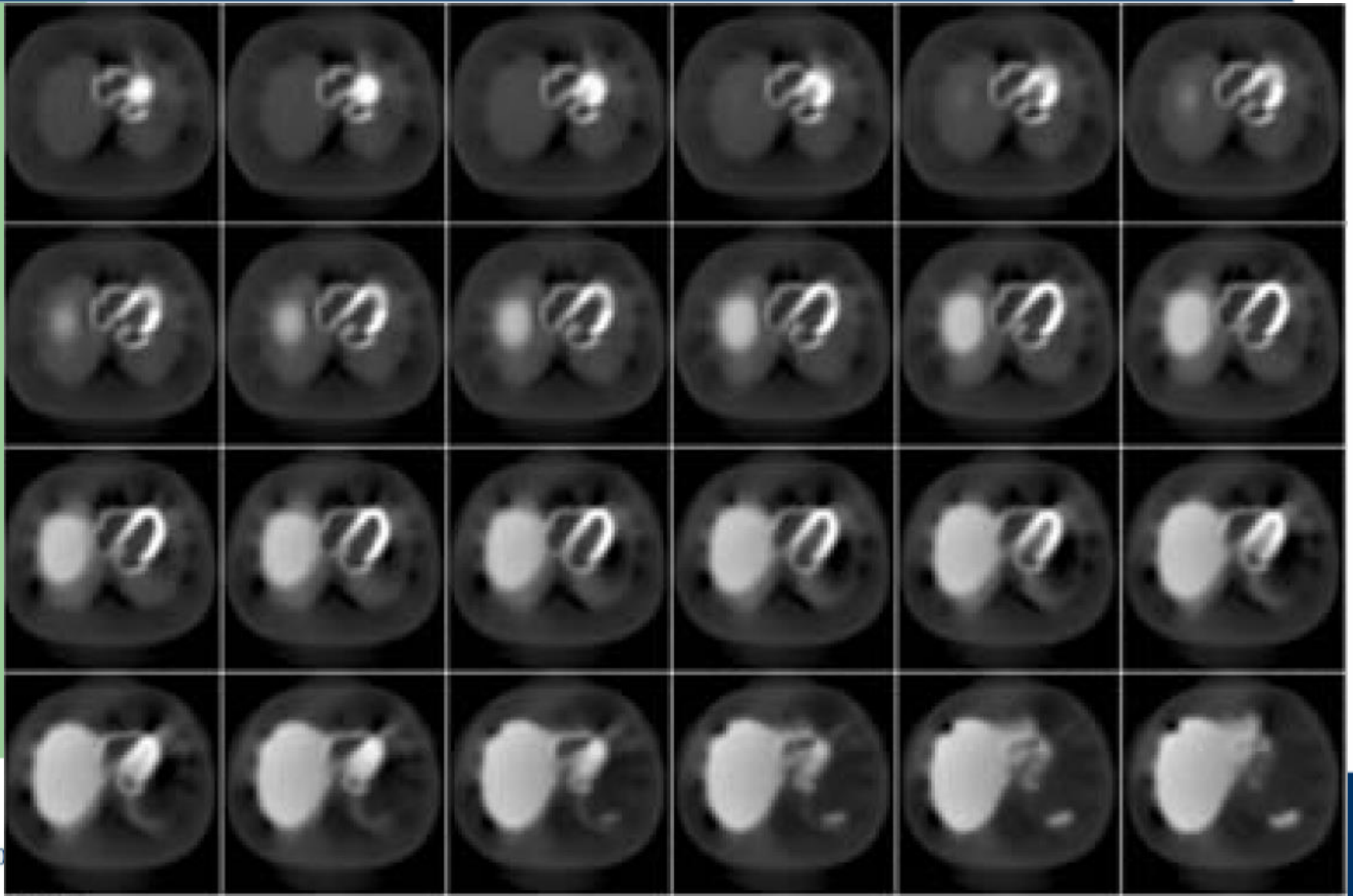


Özet

- Bahsi geçen analitik yöntemlerde görüntü bozucu etkenlere yer verilmemiştir.
- Görüntüleme sisteminin mükemmel homojeniteye ve mekanik doğruluğa, ve sonsuz yüksek ayırma gücüne sahip olduğu, foton azalımı ve saçılma etkilerinin olmadığı varsayılmıştır.
- Gerçekte bu etkiler oluşturulan kesit görüntülerine yansır.



Özet

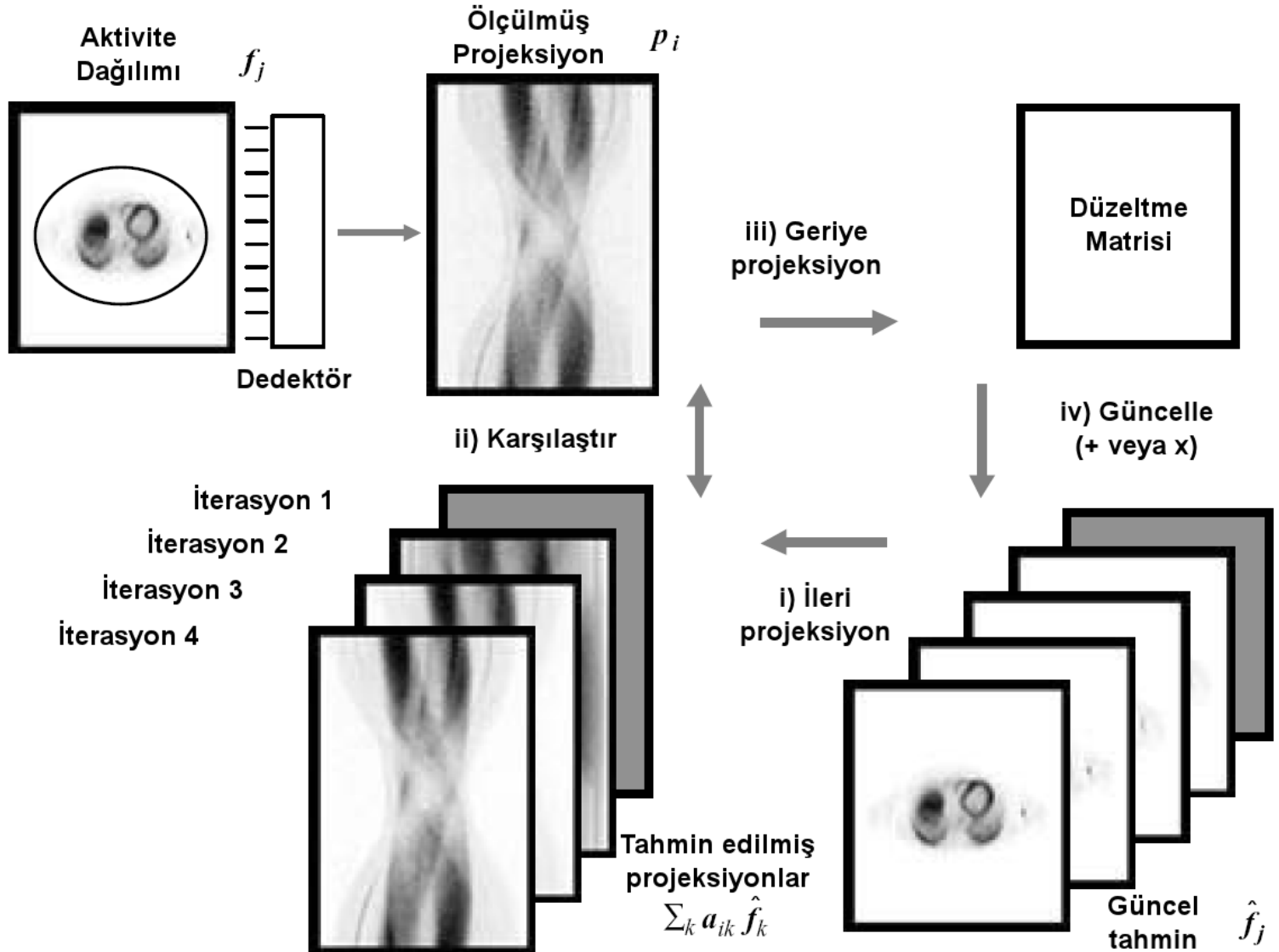


İTERATİF TEKNİKLER



**YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ**

Genel Yapı



İteratif Yöntemlerin Avantajları

- Analitik algoritmalarındaki en büyük kısıtlama gürültü ve foton azalımı gibi fiziksel etkilerin algoritmaya yansıtılamamasıdır. İteratif yöntemlerde ise gürültü algoritma içerisinde direkt olarak modellenenebilir.
- Buna ek olarak iteratif yöntemler pozisyona bağlı azalım katsayıları ve mesafeye bağlı ayırma gücü gibi emisyon ve dedeksiyon probleminin karmaşık fiziksel modellerini çözmeye uygundur.



İteratif Yöntemlerin Dezavantajları

- İteratif algoritmalarının temel dezavantajı uzun bilgisayar zamanı almalarıdır ve FBP yöntemine göre oldukça yavaştır.
- Bununla beraber bilgisayar teknolojisindeki ilerlemeler ve bazı hızlandırma yöntemleri iteratif teknikleri klinik olarak kullanılabilir bir yöntem haline getirmiştir.



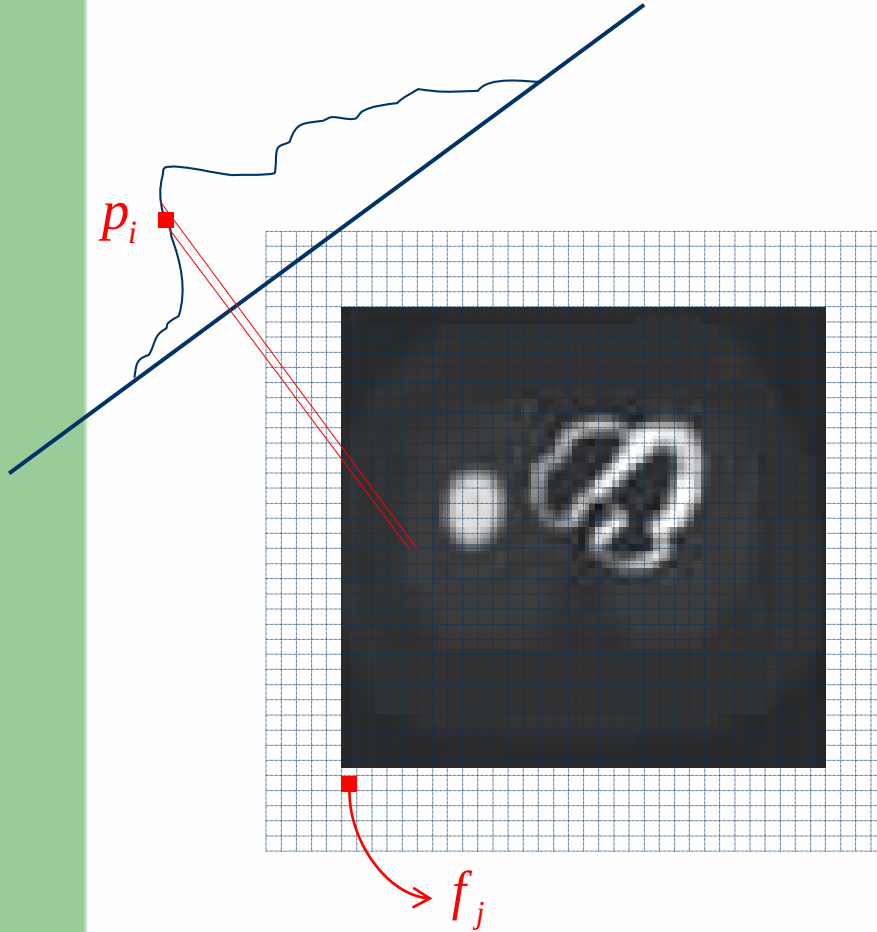
İteratif Tekniklerin Sınıflandırılması

- İteratif teknikler,
 - İstatistiksel olmayan cebirsel algoritmalar,
 - En Küçük Kareler yöntemini de içeren Gauss istatistiğine dayanan algoritmalar,
 - Maksimum Olasılık (ML, Maximum Likelihood) algoritmasını içeren Poisson istatistiğine dayanan teknikler

olarak üç ana başlıkta incelenebilir.



Terminoloji



f_j : Başlangıç veya tahmin
görüntüsündeki j pikselinin değeri
 p_i : Projeksiyondaki i pikselinin değeri

$$\text{İleri projeksiyon: } p_i = \sum_j a_{ij} f_j$$

$$\text{Geriye projeksiyon: } f_j = \sum_i a_{ij} p_i$$

a_{ij} : Geçiş matrisi



Cebirsel Yöntemler



**YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ**

ART (Algebraic Reconstruction Technique) Yöntemi

- ART yöntemi tüm iteratif yöntemlerde olduğu gibi bir başlangıç görüntüsü tahmini ile başlar.
- Başlangıç görüntüsünden ileri projeksiyon kullanılarak projeksiyonlar hesaplanır.
- Başlangıç görüntüsü, ölçülen ve hesaplanan projeksiyonlar arasındaki farklılığı kompanse edecek bir farkla modifiye edilir.



ART (Algebraic Reconstruction Technique) Yöntemi

$$f_j^{yeni} = f_j^{eski} \frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{eski}}$$

- Bir açıdaki projeksiyona ait düzeltme faktörleri hesaplandıktan sonra faktörler piksel değerlerine yansıtılır.
- Bir sonraki projeksiyon için bu yeni değerler başlangıç görüntüsü olarak alınır.
- Tüm projeksiyonlar için güncelleme tamamlandığında bir iterasyon tamamlanmış olur.



ART Yöntemi Varyantları

- ART yönteminde düzeltme faktörleri çarpım olarak uygulandığı için yöntem MART (Multiplative ART) olarak bilinir.
- Düzeltme faktörlerinin toplam olarak uygulandığı AART (Additive ART) diğer bir varyanttır.
- Görüntünün eş-zamanlı tekrarlanarak elde edilmesi yönteminde (SIRT, Simultaneously Iterative Reconstruction Technique) düzeltmeler her projeksiyondan sonra değil tüm projeksiyonlar tamamlandıktan sonra eşzamanlı olarak yapılır.



ART Yöntemi Varyantları

- MART ve SIRT yöntemlerinin kombinasyonu olan SMART yöntemi her iki yönleme göre klinik olarak daha başarılı görüntüler oluşturmaktadır.
- ART yönteminin Blok iteratif versiyonunda (BI-ART) birden fazla projeksiyon gruplanarak düzeltme işlemleri yapılır.



İstatistiksel Yöntemler



YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ

İstatistiksel Yöntemler

- Nükleer Tıpta sayım hızlarının nispeten düşük olması nedeniyle toplanan bilgilerde gürültü oranı yüksektir.
- Gerçek çözümün bu tip veriden çıkartılması imkansızdır ve bu nedenle en iyi çözüme ihtiyaç duyulur.
- İstatistiksel yöntemlerde en iyi çözüm, verilerden elde edilen en olası çözüm olarak tanımlanır.



İstatistiksel Yöntemler

- Buna göre kesit görüntüleri, $\text{prob}[f | P]$ şartlı olasılığını maksimize eden görüntünün bulunmasıyla elde edilir.
- Bayes kuralı kullanılırsa:
$$\text{prob}[f | P] = \frac{\text{prob}[P | f] \text{prob}[f]}{\text{prob}[P]}$$

$\text{prob}[P | f]$ Olasılık (Likelihood) – Görüntünün verilerle uyumluluğu

$\text{prob}[f]$ Önceki (Prior) – Görüntü hakkında neler bilindiği

$\text{prob}[f | P]$ Sonraki (Posterior) – İlk bilgi ve ölçümden elde edilen verilerin kombinasyonundan neler bilindiği



İstatistiksel Yöntemler

- Emisyon ve transmisyon tomografide iki farklı dedektör lokalizasyonunda sayımlar üzerinde ölçülen gürültü korele değildir (beyaz gürültü). Bu durumda olasılık aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\text{prob}[P | f] = \prod_i \text{prob}[p_i | f]$$

- Bir fonksiyonun maksimizasyonu logaritmasının maksimizasyonuna eşittir. Böylece Maksimum-Olasılık (ML) yöntemi ile görüntü $\hat{f}$ aşağıdaki ifadenin maksimizasyonu ile elde edilir:

$$\log\text{-Olasılık} = \sum_i \ln(\text{prob}[p_i | f])$$



En Küçük Kareler Yöntemi (Gauss İstatistiği)

- Gürültünün bilinen standart sapma ile Gauss dağılımı olarak temsil edilebildiği varsayıldığında, en olası çözüm en küçük kareler çözümüne eşit olur.
- En küçük kareler çözümü:

$$L_G(P, F) = \sum_i \frac{\left(p_i - \sum_j a_{ij} f_j\right)^2}{2\sigma_i^2} = \frac{1}{2} (P - AF)' C^{-1} (P - AF)$$

P : elemanları p_i olan kolon matrisi

A : elemanları a_{ij} olan geçiş matrisi

F : elemanları f_j olan kolon matrisi

C : elemanları $c_{ii} = \sigma_i^2$ ve burada diyagonal varsayılan verilerin kovaryans matrisi

$'$: transpoz



En Küçük Kareler Yöntemi (Gauss İstatistiği)

- Direkt çözüm ifadenin f_j' ye göre birinci türevinin sıfıra eşitlenmesiyle elde edilir:

$$\hat{F} = [A'C^{-1}A]^{-1} A'C^{-1}P$$

- Fisher Bilgi Matrisi olarak adlandırılan $A'C^{-1}A$ matrisinin görüntüdeki piksel sayısı kadar elemanı vardır ve bunların çoğunluğu 0 değildir. Bu matrisin tersinin alınması çok zordur.



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

- Radyoaktif azalımın rasgele doğası emisyon verileri için Poisson modelinin daha uygun olduğunu gösterir.
- Temel Poisson modeli, belirli bir beklenen ölçüm (r) için belirli bir sayımın (c) ölçülme olasılığını verir:

$$\text{prob}[c | r] = \frac{e^{-r} r^c}{c!}$$



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

- Poisson modeli kullanılarak verilen bir tahmin edilmiş aktivite dağılımına (f) göre, ölçülmüş olan projeksiyon sayım dağılımının (P) dedekte edilme olasılığı, her bir projeksiyon pikseli olasılıklarının çarpımı olarak temsil edilebilir. Bu şartlı olasılık “likelihood, L ” olarak tanımlanır:

$$L(P | f) = \text{prob}[P | f] = \prod_i \exp \left[- \sum_j a_{ij} f_j \right] \left(\sum_j a_{ij} f_j \right)^{p_i} (p_i!)^{-1}$$



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

Olasılığın logaritması alınırsa:

$$\log(L(P|f)) = \sum_i \left[-\sum_j a_{ij} f_j + p_i \ln \left[\sum_j a_{ij} f_j \right] - \ln(p_i!) \right]$$

f_j 'ye göre türevi alınır ve sıfıra eşitlenirse:

$$\frac{\partial \log(L(P|f))}{\partial f_j} = -\sum_i a_{ij} + \sum_i \frac{p_i}{\sum_j a_{ij} f_j} a_{ij} = 0$$

$$\Rightarrow f_j \sum_i a_{ij} = \sum_i \frac{p_i}{\sum_j a_{ij} f_j} a_{ij}$$

$$\Rightarrow f_j = \frac{f_j}{\sum_i a_{ij}} \sum_i \frac{p_i}{\sum_j a_{ij} f_j} a_{ij}$$



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

- Daha önce de tartışıldığı gibi $\text{prob}[P | f]$ ifadesinin maksimizasyonu, eğer başlangıç dağılımı sabit olarak alınırsa $\text{prob}[f | P]$ ifadesinin maksimizasyonuna eşit olur. Bu, orijinal aktivite dağılımını temsil eden en olası emisyon dağılımının verilen ölçülmüş projeksiyonlar olmasını sağlar.



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

- Maksimum Olasılığı (ML) belirlemede birçok yaklaşım olmakla beraber bunlardan en çok kullanılanı Beklenti Maksimizasyonudur (EM). EM algoritması iki bağımsız adımdan oluşur:
- İlk adımda bir önceki iterasyondan tahmin edilmiş aktivite dağılımına dayanarak uygun sistem/geçiş matrisi kullanılarak ileri projeksiyon yöntemiyle projeksiyonlar tahmin edilir.



ML-EM Algoritması (Poisson İstatistiği)

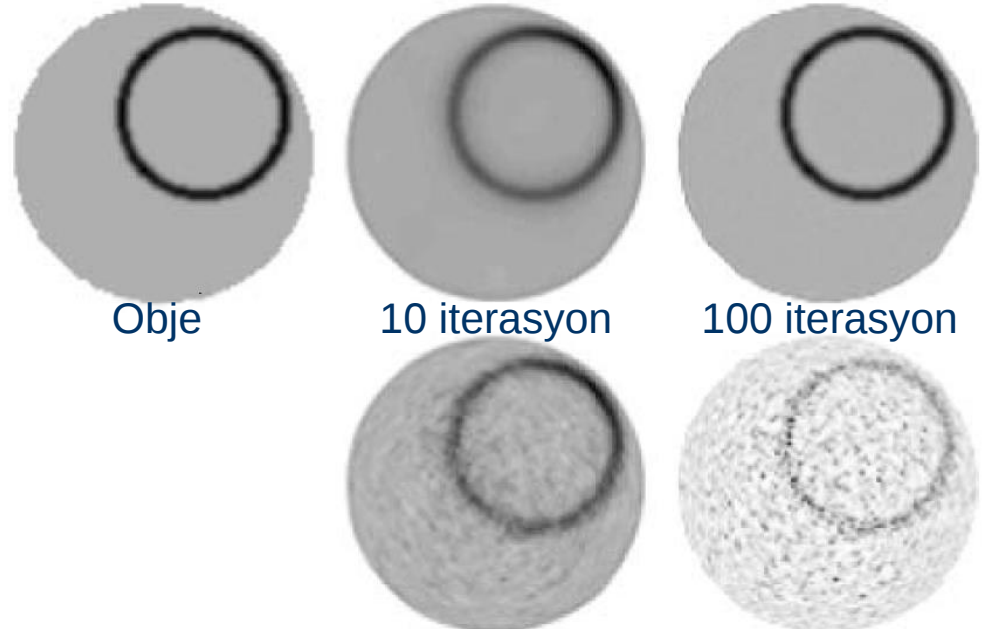
- İkinci adımda güncel tahmin, bir önceki tahmin ile ölçülen projeksiyonlar arasındaki farklılık oranıyla çarpılmak suretiyle olasılık maksimize edilecek şekilde güncellenir.
- ML-EM algoritması aşağıdaki gibi türetilir:

$$f_j^{yeni} = \frac{f_j^{eski}}{\sum_l a_{lj}} \sum_i a_{ij} \frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{eski}}$$



ML-EM Algoritmasının Özellikleri

- Teorik olarak bir tahmin gerçek obje dağılımına daha yakın olduğu sürece, iterasyon sayısının artmasıyla olasılık artar. Gerçekte gürültü varlığında görüntü 16 iterasyon civarında optimum görsel kaliteye ulaşır, daha fazla iterasyonda gürültü artar.



ML-EM Algoritmasının Özellikleri

- Gürültü, FBP yönteminde olduğu gibi pozisyondan bağımsız olmak yerine, sayımla orantılıdır. Bu sinyal gürültü oranının belirgin ölçüde geliştirilebildiği düşük sayım bölgelerinde lezyon dedeksiyonunu kolaylaştırır.
- Buna ek olarak teoride algoritmanın birçok üstün özelliği daha bulunmaktadır, ancak emisyon tomografisindeki yüksek gürültü seviyesi bu üstünlükleri klinik açıdan önemsizleştirir.



Sıralı Alt-Gruplar EM (OS-EM)

- ML-EM yöntemini hızlandırmak amacıyla geliştirilmiş bir algoritmadır.
- ML-EM algoritmasındaki toplamaların tüm projeksiyonlar üzerinden bir seferde değil, kullanıcı tarafından seçilmiş alt gruplar üzerinden yapılması yoluyla algoritma hızlandırılır.
- OS-EM algoritması aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$f_j^{yeni} = \frac{f_j^{eski}}{\sum_{i \in S_n} a_{ij}} \sum_{i \in S_n} a_{ij} \frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{eski}}$$



Sıralı Alt-Gruplar EM (OS-EM)

- Alt-grup sayısı çok küçük seçilmediği sürece OS-EM yöntemiyle yapılan her alt-grup iterasyonundan elde edilen görüntü, tam bir ML-EM iterasyonundan elde edilenle hemen hemen aynıdır.
- Hesaplama zamanları da hemen hemen aynıdır. Böylece 128 projeksiyon için eğer alt-grup sayısı 4 seçilirse, OS-EM algoritması ML-EM algoritmasına göre 32 kat daha hızlı çalışır.
- Pratikte alt-grup sayısının 4 seçilmesi hesaplama hızı ve görüntü kalitesi arasında iyi bir denge sağlar.



OS-EM Varyantları

- RBI-EM (Rescaled Block-Iterative Expectation Maximization):

$$f_j^{yeni} = f_j^{eski} + \frac{f_j^{eski}}{\max \left(\sum_{i \in S_n} a_{ij} \right)} \sum_{i \in S_n} a_{ij} \left(\frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{eski}} - 1 \right)$$



OS-EM Varyantları

- RAMLA (Row-Action Maximum Likelihood Algotihm):

$$f_j^{yeni} = f_j^{eski} + \lambda_k f_j^{eski} \sum_{i \in S_n} a_{ij} \left(\frac{p_i}{\sum_k a_{ik} f_k^{eski}} - 1 \right), \quad 0 < \lambda_k \leq \sum_{i \in S_n} a_{ij}^{-1}$$



TEŞEKKÜRLER...



**YEDİTEPE ÜNİVERSİTESİ
HASTANESİ**